Mathematik (AHS)

Formelsammlung

für die standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

(ab Schuljahr 2017/18)

BMB
Bundesministerium
für Bildung

Stand: 1. September 2017

1 Mengen

$\in$	ist Element von ...
$\notin$	ist nicht Element von …
$\cap$	Durchschnitt(smenge)
$\cup$	Vereinigung(smenge)
$\subset$	echte Teilmenge
$\subseteq$	Teilmenge
$\setminus$	Differenzmenge („ohne“)
$\{\ \}$	leere Menge

Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$	natürliche Zahlen
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen
$\mathbb{Q}$	rationale Zahlen
$\mathbb{R}$	reelle Zahlen
$\mathbb{C}$	komplexe Zahlen
$\mathbb{R}^+$	positive reelle Zahlen
$\mathbb{R}_0^+$	positive reelle Zahlen mit Null

2 Vorsilben

Tera-	T	10^{12}	Dezi-	d	10^{-1}
Giga-	G	10^{9}	Zenti-	c	10^{-2}
Mega-	M	10^{6}	Milli-	m	10^{-3}
Kilo-	k	10^{3}	Mikro-	µ	10^{-6}
Hekto-	h	10^{2}	Nano-	n	10^{-9}
Deka-	da	10^{1}	Pico-	p	10^{-12}

3 Potenzen

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

$a \in \mathbb{R};\ n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \qquad a^1 = a$$

$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\};\ n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$

$$a^0 = 1 \qquad a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Potenzen mit rationalen Exponenten (Wurzeln)

$a, b \in \mathbb{R}_0^+;\ n, k \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$ mit $n \geq 2$

$$a = \sqrt[n]{b} \iff a^n = b \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \qquad a^{-\frac{k}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}} \text{ mit } a > 0$$

Rechenregeln

$a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$; $r, s \in \mathbb{Z}$ bzw. $a, b \in \mathbb{R}^+$; $r, s \in \mathbb{Q}$	$a, b \in \mathbb{R}_0^+$; $m, n, k \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$ mit $m, n \geq 2$
$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$	$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$
$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(b \neq 0)$
$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$	

Binomische Formeln

$a, b \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}$

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

$(a - b)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

4 Logarithmen

$a, b, c \in \mathbb{R}^+$ mit $a \neq 1$; $x, r \in \mathbb{R}$

$x = \log_a(b) \;\Leftrightarrow\; a^x = b$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$ $\quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$ $\quad \log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$

$\log_a(a^x) = x$ $\quad \log_a(a) = 1$ $\quad \log_a(1) = 0$ $\quad \log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$

natürlicher Logarithmus (Logarithmus zur Basis e): $\ln(b) = \log_e(b)$
dekadischer Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10): $\lg(b) = \log_{10}(b)$

5 Quadratische Gleichungen

$p, q \in \mathbb{R}$	$a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$
$x^2 + p \cdot x + q = 0$	$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der Gleichung $x^2 + p \cdot x + q = 0$, wenn gilt:
$x_1 + x_2 = -p$
$x_1 \cdot x_2 = q$

Zerlegung in Linearfaktoren:
$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

6 Ebene Figuren

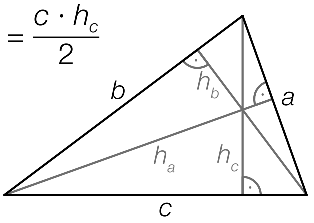
A ... Flächeninhalt
u ... Umfang

Dreieck

$u = a + b + c$

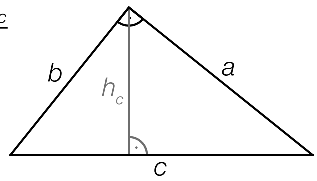
Allgemeines Dreieck

$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$



Rechtwinkeliges Dreieck
mit Hypotenuse *c* und Katheten *a*, *b*

$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$



Heron'sche Flächenformel

$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$ mit $s = \frac{a + b + c}{2}$

Satz des Pythagoras

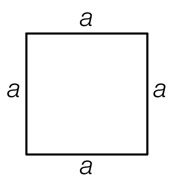
$a^2 + b^2 = c^2$

Viereck

Quadrat

$A = a^2$

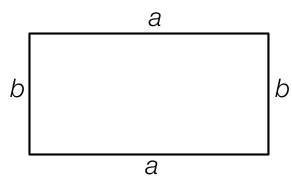
$u = 4 \cdot a$



Rechteck

$A = a \cdot b$

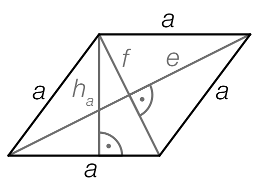
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Raute (Rhombus)

$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$

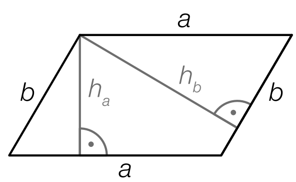
$u = 4 \cdot a$



Parallelogramm

$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

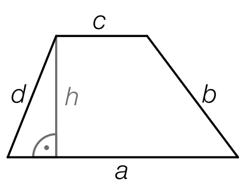
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Trapez

$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$

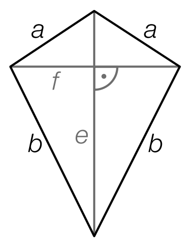
$u = a + b + c + d$



Deltoid

$A = \frac{e \cdot f}{2}$

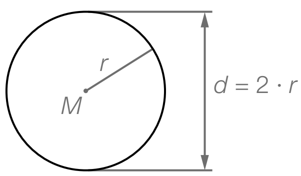
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Kreis

$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

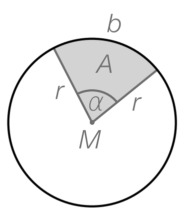


Kreisbogen und Kreissektor

α im Gradmaß (°)

$b = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180°}$

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} = \frac{b \cdot r}{2}$



7 Körper

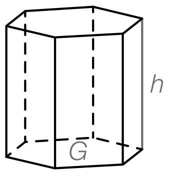
V ... Volumen
O ... Inhalt der Oberfläche
G ... Inhalt der Grundfläche
M ... Inhalt der Mantelfläche
u_G ... Umfang der Grundfläche

Prisma

$V = G \cdot h$

$M = u_G \cdot h$

$O = 2 \cdot G + M$

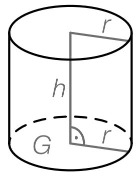


Drehzylinder

$V = G \cdot h$

$M = u_G \cdot h$

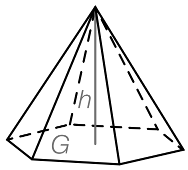
$O = 2 \cdot G + M$



Pyramide

$V = \frac{G \cdot h}{3}$

$O = G + M$

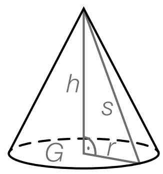


Drehkegel

$V = \frac{G \cdot h}{3}$

$M = \pi \cdot r \cdot s$

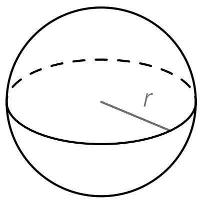
$O = G + M$



Kugel

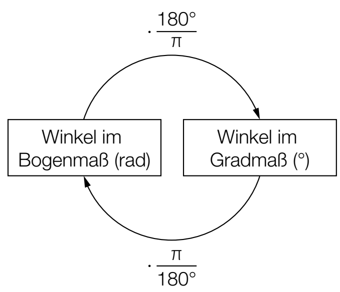
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



8 Trigonometrie

Umrechnung zwischen Gradmaß und Bogenmaß

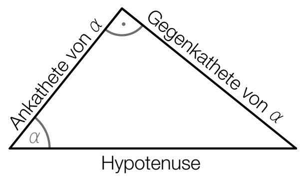


Trigonometrie im rechtwinkeligen Dreieck

Sinus: $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Cosinus: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

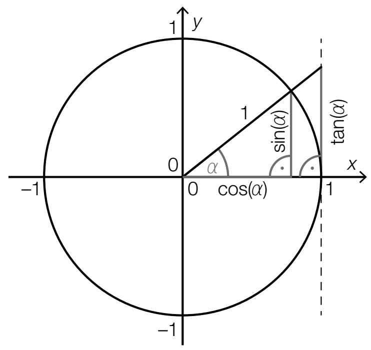
Tangens: $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$



Trigonometrie im Einheitskreis

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ für $\cos(\alpha) \neq 0$



9 Vektoren

P, *Q* ... Punkte

Vektoren in $\mathbb{R}^2$

Pfeil von *P* nach *Q*:

$P = (p_1 | p_2)$, $Q = (q_1 | q_2)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Vektoren in $\mathbb{R}^n$

Pfeil von *P* nach *Q*:

$P = (p_1 | p_2 | \dots | p_n)$, $Q = (q_1 | q_2 | \dots | q_n)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ \vdots \\ q_n - p_n \end{pmatrix}$$

Rechenregeln in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Rechenregeln in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ \vdots \\ a_n \pm b_n \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ \vdots \\ k \cdot a_n \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Skalares Produkt in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Skalares Produkt in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^2$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^n$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

Normalvektoren zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{n} = k \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \text{ und } |\vec{a}| \neq 0$$

Winkel φ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad \text{mit } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

Orthogonalitätskriterium in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \;\Leftrightarrow\; \vec{a} \perp \vec{b} \quad \text{mit } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

Parallelitätskriterium in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \;\Leftrightarrow\; \vec{a} = k \cdot \vec{b} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \text{ und } |\vec{a}| \neq 0; |\vec{b}| \neq 0$$

10 Geraden

g ... Gerade	$\vec{g}$ ... ein Richtungsvektor der Geraden g
	$\vec{n}$ ... ein Normalvektor der Geraden g
	X, P ... Punkte auf der Geraden g
	k ... Steigung der Geraden g
	α ... Steigungswinkel der Geraden g
	$a, b, c, k, d \in \mathbb{R}$

Parameterdarstellung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$g\colon X = P + t \cdot \vec{g}$ mit $t \in \mathbb{R}$

Gleichung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$

explizite Form der Geradengleichung: $g\colon\ y = k \cdot x + d$ dabei gilt $k = \tan(\alpha)$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{allgemeine Geradengleichung:} & g\colon\ a \cdot x + b \cdot y = c \\ \text{Normalvektordarstellung:} & g\colon\ \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P \end{array}\right\} \text{ dabei gilt } \vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ für } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

11 Änderungsmaße

Für eine auf einem Intervall $[a; b]$ definierte reelle Funktion f gilt:

Absolute Änderung von f in $[a; b]$

$f(b) - f(a)$

Relative (prozentuelle) Änderung von f in $[a; b]$

$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ mit $f(a) \neq 0$

Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) von f in $[a; b]$ bzw. $[x; x + \Delta x]$

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ bzw. $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ mit $b \neq a$ bzw. $\Delta x \neq 0$

Differenzialquotient (lokale bzw. „momentane“ Änderungsrate) von f an der Stelle x

$f'(x) = \lim\limits_{x_1 \to x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x}$ bzw. $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

12 Ableitung und Integral

f, g, h ... auf ganz $\mathbb{R}$ oder in einem Intervall definierte differenzierbare Funktionen
f' ... Ableitungsfunktion von f — F ... Stammfunktion von f
g' ... Ableitungsfunktion von g — G ... Stammfunktion von g
h' ... Ableitungsfunktion von h — H ... Stammfunktion von h
$C, k, q \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}$

Unbestimmtes Integral

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C \quad \text{mit} \quad F' = f$$

Bestimmtes Integral

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Funktion	Ableitungsfunktion	Stammfunktion
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$	$F(x) = k \cdot x$
$f(x) = x^q$	$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$	$F(x) = \frac{x^{q+1}}{q+1}$ für $q \neq -1$ $F(x) = \ln(\lvert x \rvert)$ für $q = -1$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)}$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x)$
$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$	$G(x) = k \cdot F(x)$
$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$	$H(x) = F(x) \pm G(x)$
$g(x) = f(k \cdot x)$	$g'(x) = k \cdot f'(k \cdot x)$	$G(x) = \frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x)$

13 Statistik

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ ... eine Liste von n reellen Zahlen
$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(n)}$ ... geordnete Liste mit n Werten

Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Median

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{... für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \cdot \left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}\right) & \text{... für } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Streuungsmaße

s^2 ... (empirische) Varianz einer Datenliste
s ... (empirische) Standardabweichung einer Datenliste

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Wenn aus einer Stichprobe vom Umfang n die Varianz einer Grundgesamtheit geschätzt werden soll:

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

14 Wahrscheinlichkeit

$n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$; $k \in \mathbb{N}$ mit $k \leq n$
A, B ... Ereignisse
$\neg A$ bzw. $\overline{A}$ ... Gegenereignis von A
$A \wedge B$ bzw. $A \cap B$ ... A und B (sowohl das Ereignis A als auch das Ereignis B treten ein)
$A \vee B$ bzw. $A \cup B$ ... A oder B (mindestens eines der beiden Ereignisse A und B tritt ein)
$P(A)$ ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A
$P(A|B)$ ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A unter der Voraussetzung, dass B eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit)

Fakultät (Faktorielle)

$n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \qquad 0! = 1 \qquad 1! = 1$

Binomialkoeffizient

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

Wahrscheinlichkeit bei einem Laplace-Versuch

$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Ausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Ausgänge}}$

Elementare Regeln

$P(\neg A) = 1 - P(A)$
$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$
$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$ ... wenn A und B (stochastisch) unabhängig voneinander sind
$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$
$P(A \vee B) = P(A) + P(B)$ ... wenn A und B unvereinbar sind

Erwartungswert μ einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$\mu = E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$

Varianz σ^2 einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$\sigma^2 = V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardabweichung σ

$\sigma = \sqrt{V(X)}$

Binomialverteilung

$n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$; $k \in \mathbb{N}$; $p \in \mathbb{R}$ mit $k \leq n$ und $0 \leq p \leq 1$

Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern n und p

$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

$E(X) = \mu = n \cdot p$

$V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$

Normalverteilung

μ, $\sigma \in \mathbb{R}$ mit $\sigma > 0$
f ... Dichtefunktion
φ ... Dichtefunktion der Standardnormalverteilung
ϕ ... Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

Normalverteilung $N(\mu; \sigma^2)$: Zufallsvariable X ist normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ bzw. der Varianz σ^2

$$P(X \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \mathrm{d}x$$

Wahrscheinlichkeiten für σ-Umgebungen
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}683$
$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0{,}954$
$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0{,}997$

Standardnormalverteilung $N(0; 1)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \varphi(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}} \mathrm{d}x$$

$$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$$

$$P(-z \leq Z \leq z) = 2 \cdot \phi(z) - 1$$

$P(-z \leq Z \leq z)$	$= 90\ \%$	$= 95\ \%$	$= 99\ \%$
z	$\approx 1{,}645$	$\approx 1{,}960$	$\approx 2{,}576$

Konfidenzintervall

h ... relative Häufigkeit in einer Stichprobe
p ... unbekannter relativer Anteil in der Grundgesamtheit
γ ... Konfidenzniveau (Vertrauensniveau)

γ-Konfidenzintervall für p (diejenigen Werte p, in deren γ-Schätzbereich der Wert h liegt):

$$\left[h - z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}};\ h + z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}\right]$$, wobei für z gilt: $\gamma = 2 \cdot \phi(z) - 1$

15 Größen und ihre Einheiten

Größe	Einheit	Symbol	Beziehung
Temperatur	Grad Celsius bzw. Kelvin	°C K	$\Delta t = \Delta T$
Frequenz	Hertz	Hz	$1\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{s}^{-1}$
Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Kraft	Newton	N	$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Drehmoment	Newtonmeter	N · m	$1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{A}^{-1} =$ $1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{A}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Druck	Pascal	Pa	$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} =$ $1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
elektrische Stromstärke	Ampere	A	$1\ \mathrm{A} = 1\ \mathrm{C} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
elektrische Spannung	Volt	V	$1\ \mathrm{V} = 1 \cdot \mathrm{J} \cdot \mathrm{C}^{-1} =$ $1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Leistung	Watt	W	$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} =$ $1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3}$

16 Physikalische Größen und Definitionen

Dichte	$\varrho = \frac{m}{V}$		
Leistung	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	$P = \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t}$
Kraft	$F = m \cdot a$		
Arbeit	$W = F \cdot s$ $W = \int F(s)\,\mathrm{d}s$	 $F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s}$	
kinetische Energie	$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$		
potenzielle Energie	$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$		
gleichförmige geradlinige Bewegung	$v = \frac{s}{t}$	$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$	$v(t) = s'(t) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$
gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	$v = a \cdot t + v_0$	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$a(t) = v'(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = s''(t) = \frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}$

17 Finanzmathematische Grundlagen

Zinseszinsrechnung

K_0 ... Anfangskapital
K_n ... Endkapital
p ... Jahreszinssatz in Prozent

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$ mit $i = \frac{p}{100}$

Kosten-Preis-Theorie

x ... produzierte, angebotene, nachgefragte bzw. verkaufte Menge ($x \geq 0$)

variable Kosten	$K_{\mathrm{v}}(x)$
Fixkosten	K_{f}
(Gesamt-)Kosten	$K(x) = K_{\mathrm{v}}(x) + K_{\mathrm{f}}$
Grenzkosten	$K'(x)$
Nachfragepreis	$p(x)$
Erlös/Ertrag	$E(x) = p(x) \cdot x$
Grenzerlös	$E'(x)$
Gewinn	$G(x) = E(x) - K(x)$
Grenzgewinn	$G'(x)$
Break-even-Point/Gewinnschwelle	$E(x) = K(x)$ ... bei (erster) Nullstelle x der Gewinnfunktion